**4.1. Descripción del Problema**

El problema de ruteo de vehículos eléctricos (EVRP) está representado por medio de un gráfico , que contiene el conjunto de todos los nodos y arcos para plasmar el problema, donde , compuesto por los nodos de clientes con una demanda (unidades) y un tiempo de servicio (horas), , los nodos de las estaciones de carga existentes, además del depósito , en el cual está ubicada una estación de carga que funciona para cargar los vehículos en las noches. El grafico presenta una serie de arcos contenidos en , que tienen una distancia (kilómetros) y un tiempo de viaje desde hasta denotado como (horas). Con el fin de permitir múltiples visitas a los nodos y visitas simultaneas entre vehículos, se define el uso de sets de nodos ficticios contenidos en S, con copias de C y de R que coinciden en coordenadas y parámetros originales con los nodos base, lo cual hace posible que cada vehículo pueda salir y entrar por medio de una copia diferente tanto del depósito, como del resto de nodos.

Para representar las ventanas de tiempo (horas) se incluyen los parámetros , como el tiempo mínimo de llegada permitido para llegar a , y , como el tiempo máximo de llegada permitido para ; Adicionalmente, las capacidades máximas de carga de mercancía y de carga de batería son definidas por los escalares (unidades) y (Kwh) respectivamente, con el fin de limitarlas a valores reales para obtener una solución funcional.

El tiempo de carga es el producto entre la cantidad de energía cargada en el nodo , denotada como (Kwh), y la tasa de recarga de batería representada por el escalar (hora/Kwh), a su vez, la cantidad de energía consumida está descrita como la relación lineal entre la distancia entre los nodos () y la tasa de consumo de batería (Kwh/km). Para definir el trayecto de los vehículos es necesario hacer uso de una variable de decisión binaria que nos indique que el arco es usado, para esto se hará uso de la variable , la cual tomara el valor de si el arco es viajado, o en el caso contrario, en el que no se viaje ese arco.

Para simplificar el planteamiento del problema, se siguió el proceso de rastreo inverso descrito por Scneider Schneider et al. (2014) (Schneider, M., Stenger, A., & Goeke, D. (2014). The electric vehicle-routing problem with time windows and recharging stations. Transportation Science, 48 , 500–520. doi: 10.1287/trsc.2013.0490 . http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/ trsc.2013.0490), el cual tiene como objetivo eliminar el subíndice que representa los vehículos en el problema, estimando el número de estos basado en la información de los arcos usados aprovechando el hecho de que no puede haber arcos que realicen el mismo recorrido ida y vuelta. El tiempo de llegada al nodo está definido por el parámetro (horas), la cantidad de carga restante de bateria en el nodo y la cantidad de carga de mercancia en el nodo están definidas como y respectivamente.

El proceso de carga puede ser llevado a cabo en cualquier momento y están permitidas las cargas parciales, pueden realizarse de manera simultánea y el desgaste de la batería se desprecia. Adicionalmente, se establecen 2 costos unitarios: que representa el costo de adquisición de un vehículo y , que es el costo por kilómetro recorrido, el cual se verá afectado por la cantidad de veces en las que se haga uso de las estaciones de carga y el depósito para recargar las baterías de los vehículos.

Dadas estas condiciones, se considerarán factibles las rutas que inicien y finalicen en el depósito sin exceder el límite de tiempo estipulado, cumplan los requisitos de capacidades y las restricciones planteadas en el modelo matemático a continuación. El número máximo de vehículos a utilizar está definido por el escalar N.

**4.2. Modelo Matemático**

Las variables de decisión del modelo serán:

* es una variable binaria que toma el valor de 1 si el vehículo recorre el arco y 0 si no lo hace.
* tiempo de llegada al nodo .
* cantidad de energía cargada en la batería en el nodo .
* cantidad de carga de mercancía en el vehículo en el nodo .
* tiempo de servicio en el nodo .
* cantidad de energía en la batería del vehículo en .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Min: |  | | (1) |
| S.a. |  |  |  |
|  |  |  | (2) |
|  |  |  | (3) |
|  |  |  | (4) |
|  |  |  | (5) |
|  |  |  | (6) |
|  |  |  | (7) |
|  |  |  | (8) |
|  |  |  | (9) |
|  |  |  | (10) |
|  |  |  | (11) |
|  |  |  | (12) |
|  |  |  | (13) |
|  |  |  | (14) |
|  |  |  | (15) |
|  |  |  | (16) |
|  |  |  | (17) |
|  |  |  | (18) |
|  |  |  | (19) |
|  |  |  | (20) |

La función objetivo (1) buscar minimizar el costo total, específicamente el factor de inversión por la compra de los vehículos y el costo de la distancia total recorrida por cada uno de ellos. La restricción (2) especifica que todos los clientes deben ser visitados al menos una vez, en (3) se garantiza que las estaciones de carga y cada copia pueden ser visitadas como máximo una vez, con (4) se asegura de que se puedan realizar recorridos en cualquier dirección, por lo que el número de arcos entrantes y salientes en cada nodo son iguales, la ecuación (5) establece que las rutas deben iniciar y finalizar en el depósito, además de que cada una debe realizarse por medio de un único vehículo.

Las ecuaciones (6)-(8) definen las restricciones de tiempo, la (6) hace referencia al tiempo de llegada al nodo teniendo en cuenta el tiempo de viaje entre y el tiempo de servicio en el nodo , en (7) se vuelve a evaluar el mismo caso que en (6) pero ahora agregando el tiempo de recarga como el producto entre la cantidad de energía recargada y el ritmo de carga de la estación, y finalmente para (8) se garantiza que se cumplan las ventanas de tiempo planteadas por cada uno de los clientes.

Las restricciones (9)-(10) hacen referencia a la capacidad de carga de mercancía en cada vehículo, en (9) se define que la cantidad de carga disponible en va a ser reducida debido a la demanda del vértice si el arco es utilizado, mientras que en (10) se definen los límites de carga, de tal manera que no supere la cantidad máxima y que se hagan entregas completas en cada visita a un nodo cliente.

En la restricciones (11)-(14) se hace referencia a la capacidad de la batería en los vehículos, en (11), la energía con la que el vehículo llega al nodo debe ser menor que aquella con la que salió de su punto de partida dado el consumo de energía al recorrer el arco, en (12) se recrea el caso de (11) pero esta vez se tiene en cuenta la cantidad de energía que se recargo en . En (13) se plantea que la carga de energía del vehículo al salir del depósito y las estaciones, debe estar siempre entre 0 y la capacidad de la batería, y en la ecuación (14) se garantiza que la suma de la batería del vehículo y la cantidad de energía cargada en debe estar entre 0 y la capacidad de la batería.

El número máximo de vehículos a utilizar está limitado por (15), la ecuación (16) define las variables y el dominio de cada una.

Para reducir el margen de error computacional al momento de resolver el problema, se añadieron 4 restricciones (17) - (20) cuyo objetivo es identificar arcos inviables para descartarlos inmediatamente, es decir, si el arco cumple con la restricción, será catalogado como un arco inviable.

Las restricciones (17) y (18) descartan los arcos que violen con las ventanas de tiempo, la ecuación (19) descarta un arco en el cual sea imposible satisfacer la demanda debido a la insuficiencia de la capacidad de carga de mercancía F, y finalmente en (20) se descartan los arcos en los que las distancias sean demasiado largas y la capacidad de la batería no sea suficiente para finalizar el recorrido.